

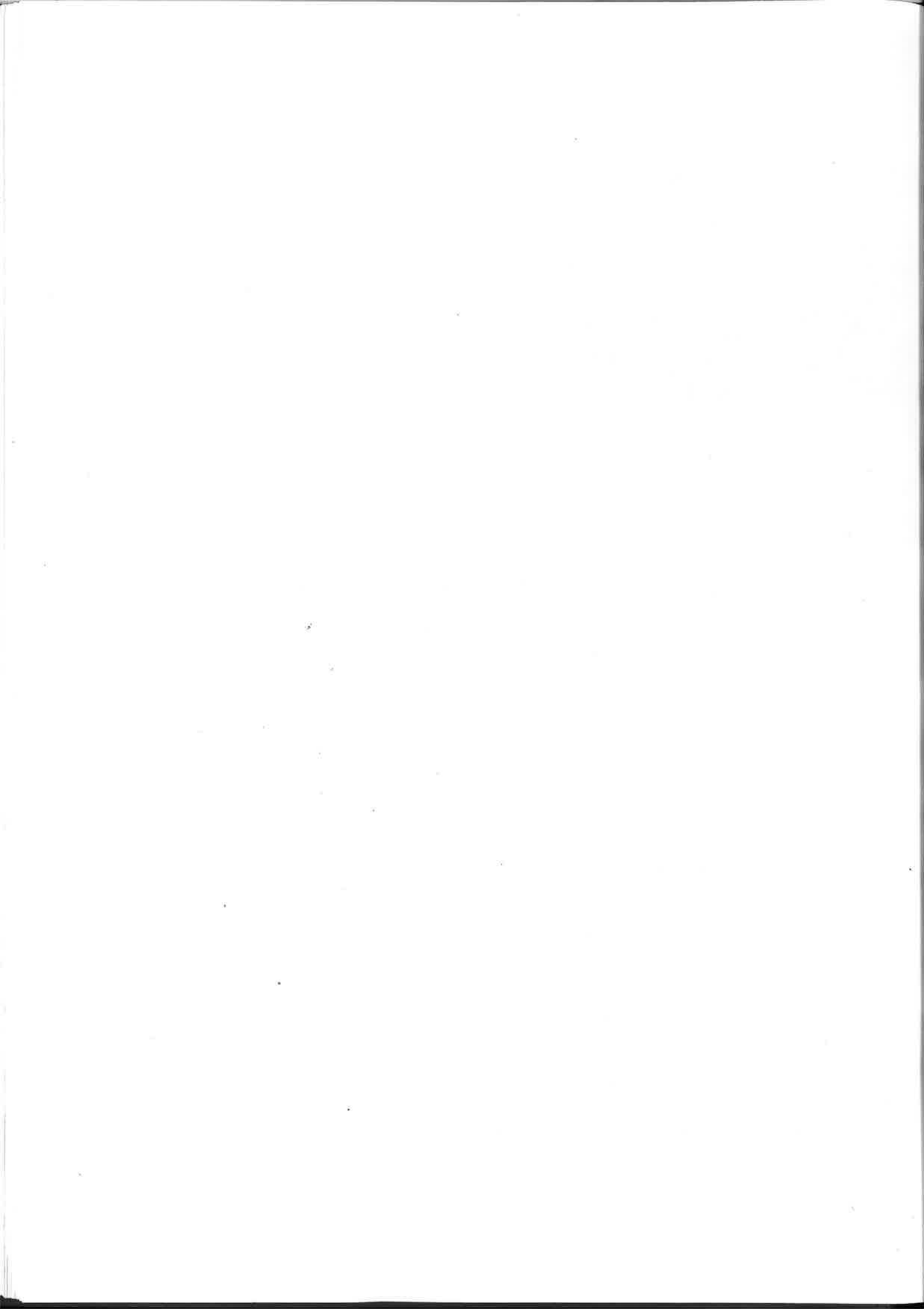


Проф. др Радомир Божић

CAPM - МОДЕЛ РАВНОТЕЖЕ НА ТРЖИШТУ КАПИТАЛА

Резиме |107|

1. Основе теорије тржишта капитала |107|
 2. Основе модела вредновања капитала (CAPM - Capital Asset Pricing model) |112|
 - 2.1. Стандардни CAPM |112|
 - 2.1.1. Претпоставке стандардног CAPM-а |113|
 - 2.1.2. Извођење CAPM-а уз неограничено улагање и позајмљивање по неризичној стопи |113|
 - 2.1.3. CAPM у форми ризико премије |117|
 - 2.1.4. Позиционирање карактеристичне линије према CAPM |118|
 - 2.1.5. Позиционирање појединачних хартија од вриједности у простору очекивани принос-стандардна девијација |119|
 - 2.1.6. Утицај неризичног узимања и давања позајмица на CAPM |122|
 - 2.1.6.1. CAPM у условима када неризична хартија од вриједности није расплпжива |122|
 - 2.1.6.2. CAPM у условима када је могуће улагање, али не и продаја неризичне хартије од вриједности |124|
 - 2.2. Реалније варијанте CAPM-а |126|
 - 2.2.1. Утицај инфлације на CAPM |126|
 - 2.2.2. Утицај трансакционих трошкова на CAPM |127|
 - 2.2.3. Утицај пореза на CAPM |128|
 - 2.2.4. Утицај каматних стопа на CAPM |129|
 - 2.2.5. Утицај очекивања инвеститора на CAPM |131|
 - 2.2.6. Мултифакторски CAPM |131|
- Литратура |132|



Резиме

У раду се истражује и анализира *CAPM*, као један од модела равнотеже на тржишту капитала. Први дио рада укратко елаборира основе теорије тржишта капитала или теорије тржишне равнотеже као саставни дио портфолио теорије. Други дио рада детаљно обрађује стандардну форму *CAPM*-а, и то прво претпоставке модела и његово извођење у условима тих доста ригидних претпоставки. Након тога се анализира утицај напуштања појединих основних претпоставки на функционисање модела и одрживост његове основне поставке о линеарности односа између очекиваног приноса и систематског ризика појединачне хартије од вриједности или портфолија. Тиме се практично долази и до тзв. реалнијих варијанти или нестандартне форме *CAPM*-а, као и до мултифакторског *CAPM*-а.

Кључне ријечи: *CAPM*, очекивана стопа приноса, фактор бета, *CML*, *SML*.

1. Основе теорије тржишта капитала

Начин на који се уравнотежују цијене и/или стопе приноса хартија од вриједности или финансијских инструмената на тржишту капитала, је изузетно значајно питање за функционисање овог тржишта и понашање учесника на њему. Кроз изучавање овог феномена је током последњих неколико деценија развијена теорија тржишта капитала или теорија тржишне равнотеже, као дио јединствене портфолио теорије.

*Модерна портфолио теорија*¹ се бави изучавањем принципа и трагањем за одговарајућим моделима понашања приликом улагања у портфолио хартија од вриједности, као савремени образац улагања на тржишту капитала, прије свега институционалних инвеститора. Иако јединствена, портфолио теорија се развијала у тзв. нормативном и позитивном правцу.

Нормативна портфолио теорија је креирала правила понашања рационалног инвеститира тј. правила којих се треба придржавати приликом инвестирања у портфолио хартија од вриједности како би се обезбиједила оптимизација портфолија. При томе је оптимални портфолио онај портфолио који за дати ниво ризика обезбјеђује максимизирање приноса, или, који за дати ниво приноса обезбјеђује минимизирање ризика. Родоначелник нормативне портфолио теорије је *H. Markowitz*, по коме је и названа *Markowitz*-ев модел. Суштина

¹ Почетак развоја модерне портфолио теорије се везује за 1952. годину и професора *H. Markowitz*-а, односно његов рад *Portfolio selection*, за који већина експерата сматра да представља један од најважнијих чланака у модерној финансијској теорији. Да упориште за овакву тврдњу постоји, на најбољи начин потврђује чињеница да је за свој допринос развоју економске науке у цјелини, професор *Markowitz*, заједно са *W. Sharp*-ом и *M. Miller*-ом 1990. године добио Нобелову награду за економију, за, како је у образложењу наведено, "пионирски рад у теорији финансијске економије".

овог модела је израчунавање ефикасног сета примјеном математичко-статистичке апаратуре на основу улазних података о очекиваном приносу и ризику сваке појединачне хартије од вриједности, али и о оцијењеном коефицијенту корелације или коваријансе између сваког пара хартија од вриједности укључених у портфолио, а његов резултат је квантификација пондера ефикасног сета. *Markowitz*-ев модел је веома поуздан, наравно у мјери у којој су улазни подаци поуздани, али је веома захтјеван и рачунски комплексан уколико је број хартија од вриједности укључених у портфолио велики. Стога су, у циљу поједностављења, односно лакшег и бржег квантификовања параметара ефикасног сета, у оквиру нормативне портфолио теорије развијени и тзв. индексни модели. Њихова суштина је да се увођењем одређених претпоставки израчунавање параметара ефикасног сета поједностављује, али се у мјери у којој оне одступају од реалности, поузданост добијених резултата смањује. Нормативна портфолио теорија, дакле, посматра портфолио инвестирање из угла инвеститора и трага за правилима понашања која ће обезбиједити остварење наведеног циља инвестирања.

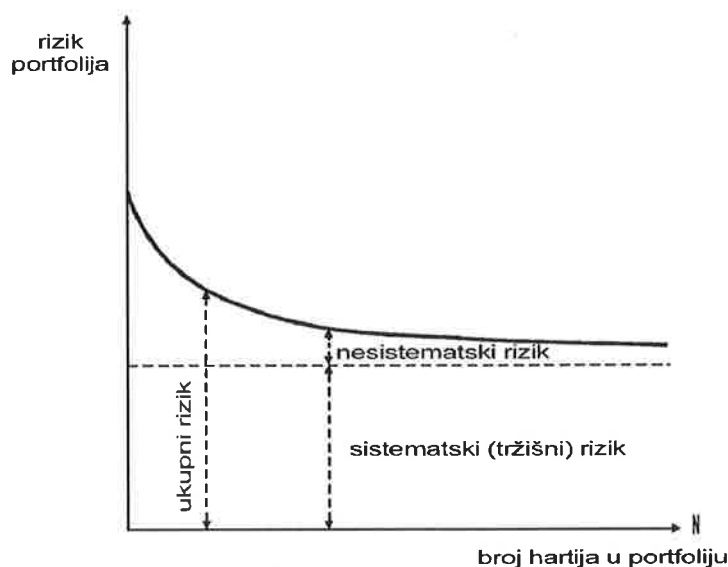
Позитивна портфолио теорија је у ствари дио портфолио теорије који се означава као *теорија тржишне равнотеже или теорија тржишта капитала*. Она је фокусирана на изучавање тржишне равнотеже под претпоставком да се инвеститори понашају у складу са нормативном портфолио теоријом. Другим ријечима, теорија тржишта капитала посматра портфолио инвестирање из угла тржишта као цјелине, тј. трага за равнотежним приносима и/или цијенама хартија од вриједности при којима долази до тзв. „чишћења” тржишта или уравнотежења понуде и тражње односно опште равнотеже на тржишту капитала. У фокусу теорије тржишта капитала је, дакле, трагање за одговором на следећа питања:

1. *Како се успоставља равнотежа цијена и/или приноса, са једне, и ризика, са друге стране?*
2. *Које су цијене хартија од вриједности или финансијских актива равнотежне за дати ниво ризика?*

Током досадашњег развоја у оквиру теорије тржишта капитала су креирани, истраживани и тестирани одговарајући модели вредновања хартија од вриједности или модели равнотеже на тржишту капитала које ћемо детаљније елаборирати у овом раду.

Досадашњи развој укупне портфолио теорије је указао на постојање линеарне зависности између очекиване стопе приноса и нивоа ризика, како за појединачну хартију од вриједности, тако и за било који портфолио. При томе је ризик инвестирања у хартије од вриједности, појединачне или портфолио као њихов скуп или микс, могућност да стварна стопа приноса због дејства бројних фактора одступи од средње очекиване вриједности. Мјерење овако схваћеног ризика се врши уобичајеним статистичким мјерама, варијансом или стандардном девијацијом стопе приноса. Међутим, у портфолио контексту је релевантна и мјера релативног ризика било које појединачне хартије од вриједности или портфолија у односу на тржиште као цјелину, која се изражава фактором бета (β). Такође је постулирано да се укупни ризик приликом улагања у портфолио састоји од двије компоненте: (1) тржишног или систематског ризика, који проистиче из укупног привредног или економског амбијента, који дјелује на све учеснике и који се не може избјећи диверзификацијом портфолија (што значи да преостаје и у добро диверзификованом портфолију) и (2) специфичног или несистематског ризика, који карактерише сваку појединачну хартију од вриједности и везан је за њеног емитента, али који се добром диверзификацијом портфолија може готово у потпуности елиминисати. Структуру укупног ризика и утицај диверзификације на ризик портфолија илуструје следећи графикон.

Графикон 1: Структура ризика и ефекат диверзификације на ризик портфолија



Постојање поменуте двије компоненте ризика детерминише укупну стопу приноса на хартије од вриједности, представљену следећом релацијом:

$$r_{i,t} = E(r_i) + \varepsilon_{i,t} \quad (1.1.)$$

гдје је:

$r_{i,t}$ - укупна стопа приноса i -те хартије у периоду t ,

$E(r_i)$ - очекивана стопа приноса i -те хартије,

$\varepsilon_{i,t}$ - резидуално одступање стопе приноса i -те хартије, позитивно или негативно, које утиче да укупна стопа приноса осцилира око очекиване стопе приноса.

При томе је очекивана стопа приноса детерминисана систематским, а резидуално одступање стопе приноса несистематским ризиком посматране хартије од вриједности. Очекивана стопа приноса се може представити следећом једначином регресионе праве:

$$E(r_i) = \alpha_i + \beta_i \times E(r_M) \quad (1.2.)$$

гдје су нови елементи или параметри:

α_i - одсјечак на ординати,

β_i - коефицијент нагиба или правца (мјера релативног ризика),

$E(r_M)$ - очекивана стопа приноса тржишта.

Уврштавањем једначине (1.2.) (израза за очекивану стопу приноса) у једначину (1.1.) добијамо:

$$r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i \times E(r_M) + \varepsilon_{i,t} \quad (1.3.)$$

Ако се очекивана стопа приноса тржишта замијени уобичајеном апроксимацијом, односно вриједностима неког од тржишних индекса у периоду t , добија се једначина тзв. тржишног модела или карактеристичне линије i -те хартије од вриједности, која из статистичког угла представља прости регресиони модел:

$$r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i \times r_{M,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (1.4.)$$

С обзиром да је резидуално одступање детерминисано специфичним или несистематским ризиком, добра диверзификација портфолија га елиминира тако да је његова очекивана вриједност једнака нули, тј. $E(e_{it})=0$. То нас упућује на закључак да је у контексту портфолио инвестирања за одређивање цијена и/или приноса хартија од вриједности релевантан само систематски ризик, односно тржиште не признаје несистематски ризик који се диверзификацијом може елиминисати. Стога је у фокусу теорије тржишта капитала однос између приноса и систематског ризика.

Ради бољег разумијевања и лакшег праћења процеса уравнотежења цијена и/или приноса хартија од вриједности, и у том контексту разумијевања карактеристика потцијењених и прецијењених хартија од вриједности, појаснићемо однос између цијене и стопе приноса (појединачне хартије од вриједности или портфолија). Однос између тржишне цијене хартије од вриједности и њене очекиване стопе приноса се може приказати следећом релацијом:²

$$E(r) = \frac{E(D + P_e)}{P_b} - 1 \quad (1.5.)$$

гдје су нове ознаке или симболи:

D - дивиденда,

P_e - крајња цијена и

P_b - почетна цијена.

Ако претпоставимо да су дати сви елементи на десној страни једначине и то уз дати ниво ризика и то: $E(D)=5$ НЈ (новчаних јединица), $E(P_e)=100$ НЈ, и $E(P_b)=100$ НЈ, очекивана стопа приноса према претходној релацији (1.5.) је једноставно:

$$E(r) = \frac{5+100}{100} - 1 = 0,05 = 5\%$$

Ако сада претпоставимо да је без промјене ризика који прати улагање у анализирану хартију од вриједности дошло до позитивних промјена, тј. до повећања очекиване дивиденде, на 7 НЈ, и очекиване крајње тржишне цијене, на 105 НЈ, уз непромијењену почетну цијену (100 НЈ), очекивана стопа приноса ће према релацији (1.5.) порасти на 12%:

$$E(r) = \frac{7+105}{100} - 1 = 0,12 = 12\%$$

Претпостављена промјена, односно њен ефекат који се огледа у повећању стопе приноса, ће, наглашавамо уз непромијењени ниво ризика, подстаћи учеснике на тржишту капитала да купују ову хартију од вриједности јер им она нуди већу стопу приноса. Као резултат притиска тражње тржишна цијена ове хартије ће расти, док ће истовремено њена очекивана стопа приноса опадати³, све док се очекивана стопа приноса не врати на почетни равнотежни ниво (5%). Равнотежни ниво тржишне цијене посматране хартије од вриједности се једноставно израчунава рјешавањем једначине (1.5.) по P_b и износио би:

$$0,05 = \frac{7+105}{P_b} - 1 \Rightarrow P_b = 106,67 \text{ NJ}$$

Претходна ситуација описује реакцију учесника на тржишту капитала на потцијењеност одређене хартије од вриједности, тј. хартије чија је стопа приноса изнад, а тржишна цијена испод равнотежног нивоа.

² Наведено према, R. A. Naugen, *Modern Portfolio Theory*, Prentice Hall, London, 2001, стр. 216.-219.

³ Очигледно је да између кретања стопе приноса и тржишне цијене хартије од вриједности постоји инверзан однос, јер је математички посматрано стопа приноса једноставно количник између одговарајућег приноса (дивиденде и/или капиталног добитка или губитка) и текуће тржишне цијене.

Ако би без промјене ризика који прати улагање у анализирану хартију од вриједности дошло до негативних промјена, тј. до смањења очекиване дивиденде, на 3 НЈ, и очекиване крајње тржишне цијене, на 95 НЈ, уз непромијењену почетну цијену (100 НЈ), очекивана стопа приноса ће према релацији (1.5.) опасти и постати негативна:

$$E(r) = \frac{3 + 95}{100} - 1 = -0,02 = -2\%$$

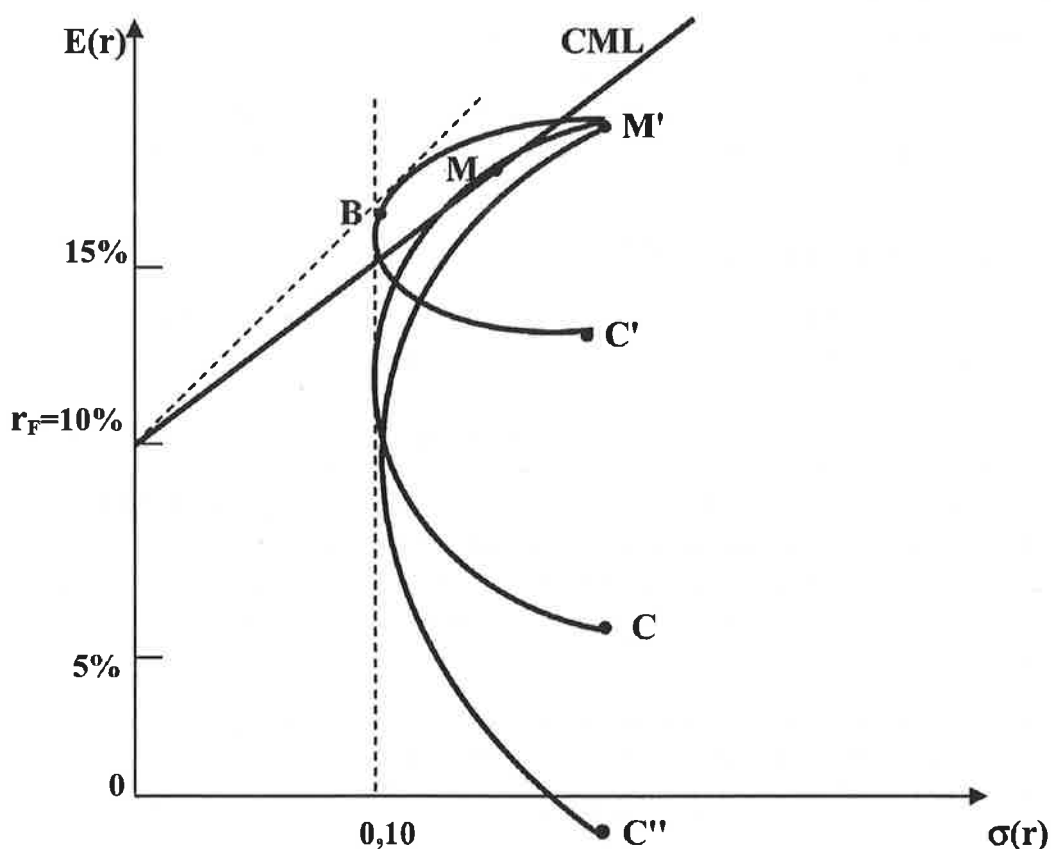
Претпостављена промјена, односно њен ефекат који се огледа у смањењу стопе приноса би, уз непромијењени ниво ризика, подстакао учеснике на тржишту капитала да продају ову хартију од вриједности. Као резултат притиска понуде тржишна цијена ове хартије би опадала, док би истовремено њена очекивана стопа приноса расла, све док се очекивана стопа приноса не би вратила на почетни равнотежни ниво (5%). Равнотежни ниво тржишне цијене посматране хартије од вриједности би се и у овој ситуацији једноставно израчунао рјешавањем једначине (1.5.) по P_b и износио би:

$$0,05 = \frac{3 + 95}{P_b} - 1 \Rightarrow P_b = 93,33 \text{ NJ}$$

Претходна ситуација описује реакцију учесника на тржишту капитала на прецијењеност одређене хартије од вриједности, тј. хартије чија је стопа приноса испод, а тржишна цијена изнад равнотежног нивоа.

Претходну квантитативну анализу веома илустративно приказује графички приказ на следећој страници⁴.

Графикон 2: Тржишни притисци на равнотежну цијену и принос хартија од вриједности



⁴ Према, R. A. Naugren, наведено дјело, стр. 217.

Равнотежно стање стопе приноса (и одговарајуће тржишне цијене) анализирани хартије од вриједности је у тачки **C** (тачке се уобичајено означавају словима латинице). Одговарајућу линију комбинације ове хартије и тржишног портфолија (**M**) представља крива **CM'**, коју тангира тржишна линија капитала (**CML**) у тачки **M** (тржишни портфолио)⁵.

Анализиране позитивне промјене би посматрану хартију од вриједности позиционирале у тачку **C'**. Одговарајућа линија комбинација би се трансформисала у **C'M'**. Тачка **C'** је очигледно и неспорно за рационалног инвеститора супериорна у односу на тачку **C** (нуди већи принос уз непромијењени ризик, тј. карактерише је већа очекивана стопа приноса уз исту стандардну девијацију као мјеру ризика). Стога би у оваквој ситуацији услиједио раст тражње за овом хартијом од вриједности, што би довело до раста њене тржишне цијене и посљедично до пада стопе приноса. Таква кретања би трајала све до поновног позиционирања у тачку **C**, тј. до враћања стопе приноса (и тржишне цијене на равнотежни ниво). И наравно презентирани графикон илуструје и обрнуто кретање. Анализиране негативне промјене би позиционирале посматрану хартију од вриједности у тачку **C''**. Ова тачка је очигледно инфериорна за рационалне инвеститоре, те би они продавали такву хартију, што би довело до пада њене тржишне цијене и раста очекиване стопе приноса, наравно, поново до равнотежног нивоа који означава тачка **C**.

2. Основе модела вредновања капитала (CAPM - Capital Asset Pricing model)

*CAPM - Capital Asset Pricing Model*⁶ је у ствари економска теорија развијена у оквиру теорије тржишта капитала која покушава да утврди каква је зависност између приноса и ризика приликом улагања у хартије од вриједности или њихов портфолио. У домаћој литератури се назив модела или теорије преводи као *модел вредновања капитала*, *модел вредновања капиталне активе* или *модел за утврђивање цијене уложеног капитала*. С обзиром да изгледа да не постоји стручни концензус око превода, ми ћемо у овом раду користити енглески акроним **CAPM**, који би требало читати латиницом и изговарати као "си-еј-пи-ем".

2.1. Стандардни CAPM

Као и сваки други модел или теорија и CAPM се заснива на одређеним претпоставкама. Њихово увођење у модел се врши са циљем да се апстрахују одређени мање значајни фактори, а да се пажња истраживача фокусира на оне елементе реалног свијета или система који су кључни за појаве чије се законитости функционисања истражују. У случају равнотеже на тржишту капитала то су односи између приноса и ризика хартија од вриједности и њихових портфолија. Као и у свим сличним ситуацијама, стандардна форма **CAPM**-а се изводи на основу већег броја претпоставки. Поред стандардне форме, у наставку ћемо елаборирати и тзв. нестандартне форме или реалније варијанте овог модела које се, напуштањем појединих претпоставки, настоје што више приближити реалним процесима инвестирања на тржишту капитала.

⁵ Тачка **M** представља најбољи портфолио настао комбиновањем ефикасног сета ризичних актива (хартија од вриједности) и неризичне активе (државне обвезнице). Тачке **M'** и **C** су знатно лошија рјешења те рационални инвеститор који улаже у овакав портфолио микс не би требало да мијења портфолио пондере и напушта тачку **M**.

⁶ Иако је први рад на ову тему објавио W. Sharp, *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium*, 1964. године, стандардну форму овог модела су ипак, независно један од другог, поред W. Sharp-а, развили и J. Lintner, *The Valuation of Risk Assets and Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets*, 1965. и J. Mossin, *Equilibrium in Capital Market*, 1966, тако да се у литератури овај модел означава као *Шарп-Линтнер-Мосинова форма CAPM*-а.

2.1.1. Претпоставке стандардног CAPM-а

Основне претпоставке на којима се заснива стандардна форма CAPM-а су⁷:

1. *Инвеститори бирају или структурирају одговарајући портфолио на основу очекиваног приноса и ризика мјереног варијансом стопе приноса, тј. понашају се у складу са принципима нормативне портфолио теорије.* То значи да они инвестиционе одлуке доносе у портфолио контексту, настојећи да повећају укупну корисност свог улагања. Избор портфолија на основу очекиваног приноса и варијансе је могућ уколико је задовољен један од следећа два услова⁸:

- да дистрибуција вјероватноћа протфолио приноса има нормални распоред, или
- да је инвеститорова функција корисности квадратна, тј. да однос између корисности и вриједности његовог портфолија има квадратну форму,

при чему је вјероватноћа испуњења првог услова већа него за други услов.

2. *Сви инвеститори разматрају исти временски или инвестициони хоризонт (мјесец, година и сл.) у доношењу својих одлука чиме се обезбјеђује упоредивост њихових очекивања.*

3. *Не постоје никаква ограничења на тржишту капитала у погледу слободног тока капитала и информација, односно тржиште капитала је перфектно и ефикасно.* Перфектност тржишта капитала значи да не постоје трансакциони трошкови, разлике у пореском третману дивиденди, каматних прихода или капиталних добитака, дозвољена је неограничена кратка продаја, нема инфлације и промјена у каматним стопама, хартије од вриједности су бесконачно дјељиве, неризична каматна стопа је иста за све инвеститоре и при куповини (улагању) и при продаји (задуживању) државних обвезница, и то без количинских или вриједносних ограничења. Ефикасност тржишта капитала у контексту **CAPM-а** значи да сваки инвеститор посједује ефикасан портфолио (у смислу нормативне портфолио теорије, односно ефикасног сета према *Markovitz*-евом моделу), те је и тржишни портфолио као њихов збир ефикасан.

1.1.2. Извођење CAPM-а уз неограничено улагање и позајмљивање по неризичној стопи

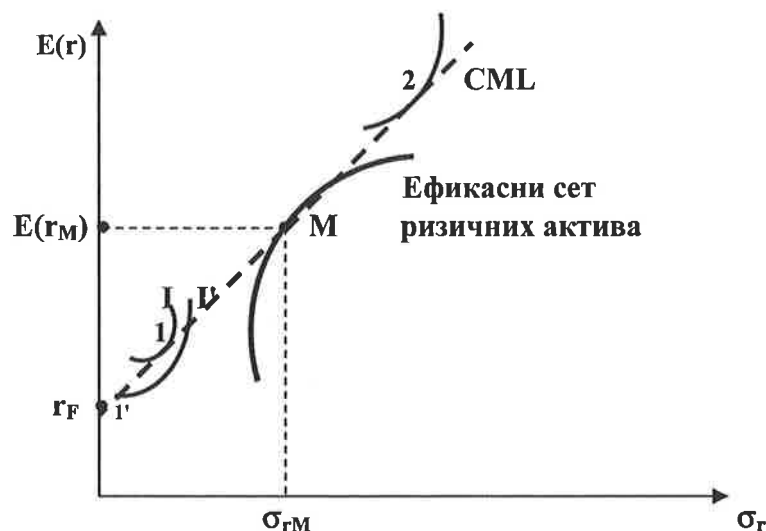
Ради објашњења поступка извођења стандардне форме **CAPM-а**, поћи ћемо од графикана који илуструје формирање ефикасног сета у условима комбиновања ефикасног сета ризичних актива са неограниченим узимањем или давањем позајмица по неризичној стопи (r_f), сходно претпоставкама **CAPM-а**. Ефикасни сет у таквој претпостављеној портфолио ситуацији чини тзв. *линија тржишта капитала* или *тржишна линија капитала* или *тржишна линија портфолија* (енгл. *CML - Capital Market Line*), представљена у простору очекивани принос - стандардна девијација, као што приказује следећи графикон⁹.

⁷ Наведено према, R. Науген, наведено дјело, стр. 201. - 206.

⁸ Видјети шире у наведеном дјелу, стр. 202. - 205.

⁹ Према, R. Науген, наведено дјело стр. 207.

Графикон 3: Позиције портфолио инвеститора према CAPM-у



Нормативна портфолио теорија дефинише ефикасни сет ризичних актива представљен закривљеном линијом конвексном у односу на ординату, дуж које се, зависно од варирања портфолио пондера, распоређују најбоља портфолија састављена од расположивих ризичних актива за одређени ниво ризика који се читава на апсциси. Међутим, уз претпоставку неограниченог улагања и позајмљивања по неризичној стопи приноса, односно комбиновањем ефикасног сета ризичних актива са неризичном активом уз могућност њеног пондера у интервалу (1,+1), формира се нови ефикасни сет који представља права која полази са ординате из тачке неризичне стопе (r_F), која је тангентна на ефикасни сет ризичних актива у тачки **M**, и која продужава даље на сјевероисток, односно ка растућим стопама приноса, а која се назива **CML**. Тачка **M** представља портфолио који максимизира вриједност израза:

$$\frac{E(r_p) - r_F}{\sigma(r_p)} \quad (2.1.)$$

Стога је портфолио **M** најбољи ризични портфолио, те ће га преферирати и у њега улагати сви рационални инвеститори. У претпостављеним условима неограниченог улагања и позајмљивања по неризичној стопи, инвеститори ће у ствари комбиновати портфолио **M** са купопродајом државних обвезница, као репрезентанта неризичног улагања, а њихова портфолија ће се, зависно од пондера неризичног улагања, распоређивати дуж **CML**. Инвеститори који имају аверзију према ризику ће дио свог капитала улагати у неризичне државне обвезнице, а дио у тржишни портфолио **M**, а њихова портфолија ће се распоређивати дуж ефикасног сета који представља интервал (r_F , **M**) **CML**-а (један од могућих избора је тачка **1**, сходно претпостављеној кривој индиференције). Инвеститори склони ризику ће искористити могућност продаје државних обвезница (задужења по неризичној стопи) и тако прибављени капитал улагати додатно у тржишни портфолио **M** (један од могућих избора би могла бити тачка **2**, сходно претпостављеном ставу према ризику и кривој индиференције). Према томе, **CML** показује однос очекиване стопе приноса инвестиционих могућности које су на располагању инвеститорима који улажу у ефикасни тржишни портфолио и купују или продају државне обвезнице, односно улажу или дају и узимају зајам по неризичној стопи приноса.

Математички се **CML** може представити следећом једначином:

$$E(r_e) = r_F + \left[\frac{E(r_M) - r_F}{\sigma_M} \right] \times \sigma_e \quad (2.2.)$$

гдје је:

e - ознака за ефикасни портфолио,

M - ознака за тржишни портфолио.

Укупна или очекивана стопа приноса ефикасног портфолија се, на основу претходног израза, састоји од: (1) неризичне стопе приноса, која у ствари представља компензацију или награду инвеститору за чекање, односно одлагање текуће потрошње (тј. представља сигуран будући прилив готовине и *de facto* вреднује временску вриједност новца) и (2) другог сабирка, који представља компензацију или награду за преузимање ризика. Израз у загради другог сабирка у претходној једначини математички представља нагиб или коефицијент правца **CML-а** и често се означава као тржишна или јединична цијена ризика. Она једноставно речено представља однос (*trade off*) између ризика и приноса и показује колики додатни или екстра принос инвеститор може остварити ако се ризик његовог портфолија, мјерен стандардном девијацијом, повећа за 1%. Уколико је ризик портфолија (s_e) већи, и премија или награда за подношење ризика ће бити већа. Иако се ова релација, изведена из **CML-а**, односи на ефикасни портфолио, она стоји у основи **CAPM-а**, који се не односи само на ефикасни портфолио, него трага за равнотежним односима ризика и приноса и појединачних хартија од вриједности.

Суштина **CAPM-а** се заснива на једноставној логици да капитал (хартије од вриједности или њихова портфолија) за исти ниво систематског ризика, мјереног фактором бета, треба да имају исту очекивану стопу приноса и исту тржишну цијену. Према томе, цијене финансијских актива на тржишту капитала се формирају на нивоу који за ризичније хартије или активе обезбјеђује више очекиване стопе приноса, и обрнуто. Основна “порука” **CAPM-а** је да је очекивана стопа приноса на било коју хартију од вриједности или портфолио једнака неризичној стопи приноса увећаној за премију ризика.

Извођење стандардне форме **CAPM-а** ћемо илустровати на сљедећем примјеру¹⁰:

Уколико неки инвеститор има портфолио чији је ризик мјерен фактором бета једнак ризику тржишног портфолија ($\beta_M=1$), према претходним пропозицијама **CAPM-а**, такав портфолио би требало да обезбиједи исти принос као тржишни портфолио. Претпоставимо, надаље да други инвеститор има неризични портфолио чији ризик и очекивани принос треба да одговарају параметрима неризичне активе те су његови параметри приноса и ризика: $\beta_{RF}=0$ и $E(r_p)=r_f$. Поставља се питање какви ће бити параметри приноса и ризика портфолија који настаје комбиновањем претходна два портфолија, јер су у реалном животу портфолија управо комбинација ризичних и неризичних хартија од вриједности. Логично принос и ризик таквог портфолија би требали бити у интервалу или распону приноса и ризика портфолија од којих је састављен. Претпоставимо, да трећи инвеститор комбинује претходна два у нови портфолио тако да улаже X НЈ у тржишни портфолио и $(1-X)$ НЈ у неризичну хартију од вриједности¹¹.

Колика ће бити очекивана стопа приноса, а колики систематски ризик овог новог портфолија?

Прорачун није компликован ако се зна да је бета фактор портфолија пондерисана аритметичка средина бета фактора хартија (или портфолија) које га чине, тј:

$$\beta_p = \sum_{j=1}^M X_j \times \beta_j \quad (2.3.)$$

¹⁰ Прилагођена према, Шошкић Д. *Хартије од вриједности: Управљање портфолиом и инвестициони фондови*, Београд, 2001, стр. 184.

¹¹ X и $(1-X)$ представљају портфолио пондере тог новог портфолија, а сума портфолио пондера је увијек једнака јединици или 100%.

Бета фактор “новог” портфолија ће на основу претходне релације и полазних претпоставки бити:

$$\beta_p = X \times \beta_M + (1 - X) \times \beta_{RF} \quad (2.4.)$$

Уврштавањем датих вриједности $\beta_M=1$, $\beta_{RF}=0$, у претходну једначину (2.4.) добијамо:

$$\beta_p = X \times 1 + (1 - X) \times 0 = X \quad (2.5.)$$

Према томе, бета фактор анализираног портфолија је једнак портфолио пондеру или учешћу тржишног портфолија у структури тог портфолија.

Ако у ову анализу надаље уведемо релацију нормативне портфолио теорије да је очекивани принос портфолија сачињеног од двије хартије од вриједности пондерисани просјек приноса хартија укључених у портфолио, очекивана стопа приноса посматраног портфолија P ће бити:

$$E(r_p) = X_1 \times E(r_1) + X_2 \times E(r_2) \quad (2.6.)$$

односно, након уврштавања одговарајућих параметара анализираног портфолија:

$$E(r_p) = (1 - X) \times r_F + X \times E(r_M) \quad (2.7.)$$

Уврштавањем $\beta_p = X$ у претходну релацију добијамо:

$$E(r_p) = (1 - \beta_p) \times r_F + \beta_p \times E(r_M) \quad (2.8.)$$

а након множења и сређивања, добијамо израз:

$$E(r_p) = r_F + [E(r_M) - r_F] \times \beta_p \quad (2.9.)$$

Претходни израз (2.9.) је математички израз или једначина стандардне форме CAPM-а. Он указује да постоји линеарна веза између очекиваног приноса и ризика, мјереног фактором бета, како за портфолио, тако и за појединачну хартију од вриједности (простом замјеном индекса p индексом J). Математички израз CAPM-а, такође потврђује да је стопа приноса ризичне хартије или портфолија већа од неризичне стопе приноса за премију ризика $[E(P_M) - p_F]$, пропорционално фактору бета те хартије или портфолија.

Однос између очекиване стопе приноса и укупног ризика финансијских актива (појединачних хартија од вриједности или портфолија), мјереног стандардном девијацијом или варијансом, и систематског ризика, мјереног фактором бета, према условима и претпоставкама стандардне форме CAPM-а илуструје Графикон 4.¹²

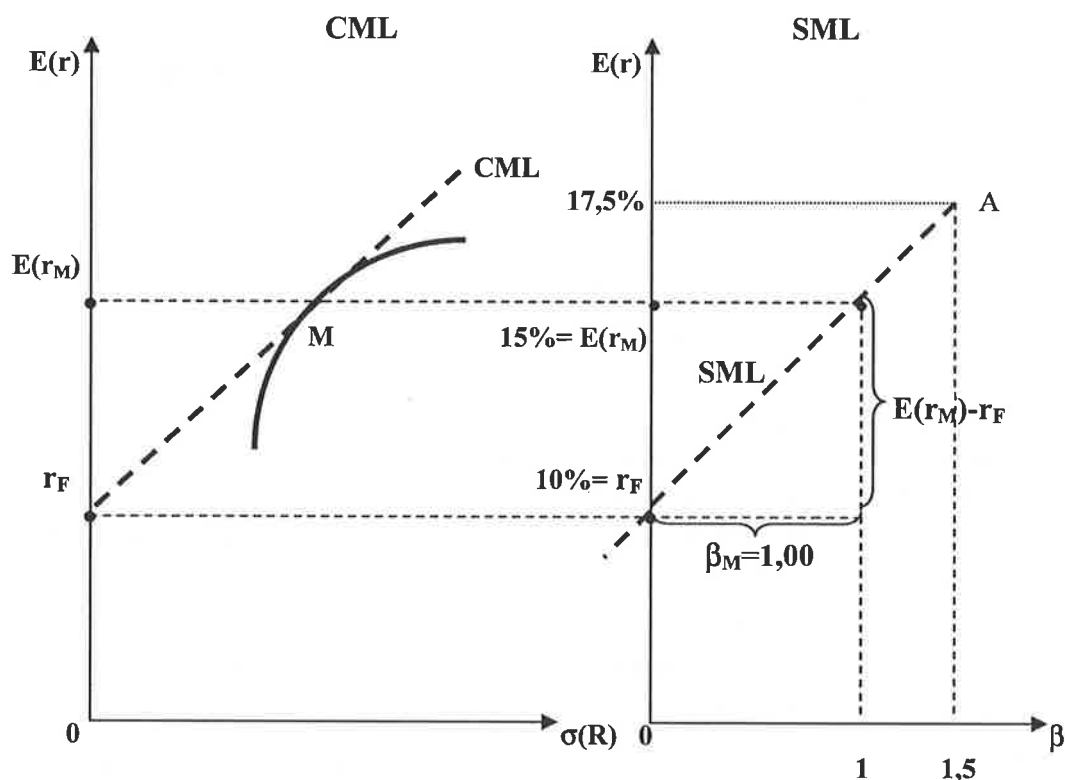
Овај графички приказ илуструје линеарни однос између очекиваног приноса и укупног ризика мјереног стандардном девијацијом кроз приказ CML која репрезентује ефикасна портфолија. Истовремено графикон бр. 5. илуструје конструкцију *тржишне линије хартија од вриједности* (енгл. *Security market line - SML*) која показује однос између очекиване стопе приноса и систематског ризика мјереног фактором бета. Дуж SML се распоређују сва портфолија, без обзира да ли су ефикасна или не, као и све хартије од вриједности, како ризичне, тако и неризичне. Као и свака права и SML је одређена одсјечком на ординати и коефицијентом нагиба или правца. Као што графикон бр. 5 показује, одсјечак SML на ординати је неризична стопа приноса (r_F) као и код CML, док је њен коефицијент нагиба $[E(r_M) - r_F]/1$, односно $[E(r_M) - r_F]$, те је једначина SML, која указује на зависност између очекиваног приноса и фактора бета:

$$E(r_J) = r_F + [E(r_M) - r_F] \times \beta_{Jp} \quad (2.10.)$$

¹² Према, R. Naugem, наведено дјело стр. 210

што је у ствари аналитички израз претходно изведен за CAPM, с тим да је индексна ознака p за портфолио, замијењена индексном ознаком J за било коју хартију од вриједности, те вриједи аналоган коментар за очекивани принос хартије од вриједности у односу на систематски ризик, као и за портфолио, који ради концизности излагања не треба понављати.

Графикон 4. CML и SML



На Графикону 4. је претпостављено да хартија од вриједности **A** има фактор бета $\beta_A = 1,5$ те је, на основу претпостављене неризичне стопе приноса од 10% ($r_F = 10\%$), и стопе приноса тржишног портфолија од 15% ($r_M = 15\%$), очекивана стопа приноса 17,5%, тј:

2.1.3. CAPM у форми ризико премије

Ризико премија представља додатни или екстра принос који инвеститори очекују као компензацију или награду за преузимање ризика у односу на улагање у неризичне активе. Математички посматрано, ризико премија представља разлику између очекиване стопе приноса (портфолија или тржишта) и неризичне стопе. Ако малим словом r означимо премију ризика, а великим словом R стопу приноса, онда су очекиване премије ризика било ког портфолија и тржишта, респективно:

$$E(r_p) = E(R_p) - R_F \quad (2.11.)$$

$$E(r_M) = E(R_M) - R_F \quad (2.12.)$$

Замјеном претходних релација у једначину **CAPM-а** (релација 2.9.), и одговарајућим математичким сређивањем, добијамо:

$$E(r_p) = \beta_p \times E(r_M) \quad (2.13.)$$

што је аналитички облик **CAPM-а** у облику ризико премије. Овај израз једноставно показује да је очекивана премија ризика приликом инвестирања у портфолио (или појединачну хартију од вриједности) производ фактора бета (портфолија или појединачне хартије) и очекиване тржишне премије ризика.

2.1.4. Позиционирање карактеристичне линије према CAPM

Карактеристична линија (енгл. *Characteristic lines*) описује однос између стопе приноса било које појединачне хартије од вриједности и приноса тржишног портфолија, апроксимираних неким од тржишних индекса. Нагиб или коефицијент правца карактеристичне линије је бета фактор, као мјера релативног ризика дате хартије у односу на тржишни принос.

Математичким преуређењем једначине очекиване стопе приноса појединачне хартије од вриједности (једначина **SML**, дата релацијом 2.10.) можемо добити сљедећи израз за очекивану стопу приноса:

$$E(r_J) = r_F(1 - \beta_J) + \beta_J \times E(r_M) \quad (2.14.)$$

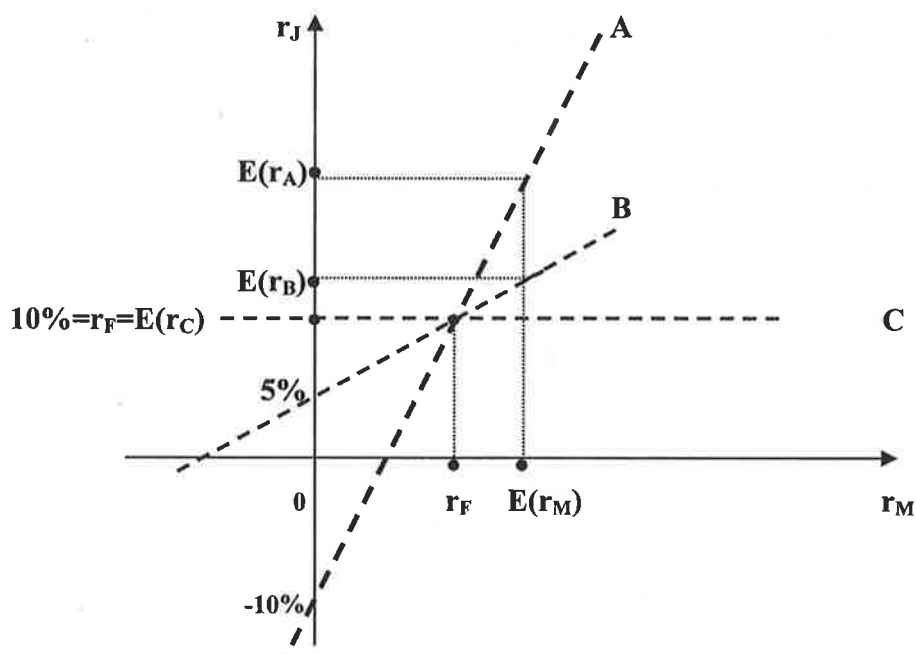
На основу претходне релације одговарајућа формула за стопу приноса појединачне хартије од вриједности у било ком временском периоду t би била:

$$r_{J,t} = \underbrace{r_F(1 - \beta_J) + \beta_J \times r_{M,t}}_{A_J} + \varepsilon_{J,t} \quad (2.15.)$$

што је у ствари формула за стопу приноса појединачне хартије од вриједности према једноиндексном моделу¹³. Међутим, ипак постоји разлика између **CAPM**-а и једноиндексног модела, јер **CAPM** не претпоставља међусобну некорелираност резидуалних одступања стопе приноса различитих хартија од вриједности, а као што показује претходна формула и одсјечак на ординати (A_J) има другачију вриједност.

На сљедећем графикону су, уз претпостављену неризичну стопу приноса од 10% ($r_F = 10\%$) приказане карактеристичне линије три различите хартије од вриједности, **A**, **B** и **C** чији су фактори бета: 2; 0,5 и 0; респективно¹⁴.

Графикон 6: Карактеристичне линије хартија од вриједности према CAPM-у



Претходни графикон показује да карактеристичне линије свих хартија од вриједности пролазе кроз заједничку тачку чије су координате (r_F, r_F), зато што је **SML** права линија¹⁵.

¹³ Видјети шире у R. Naugem, наведено дјело, стр. 134.-145.

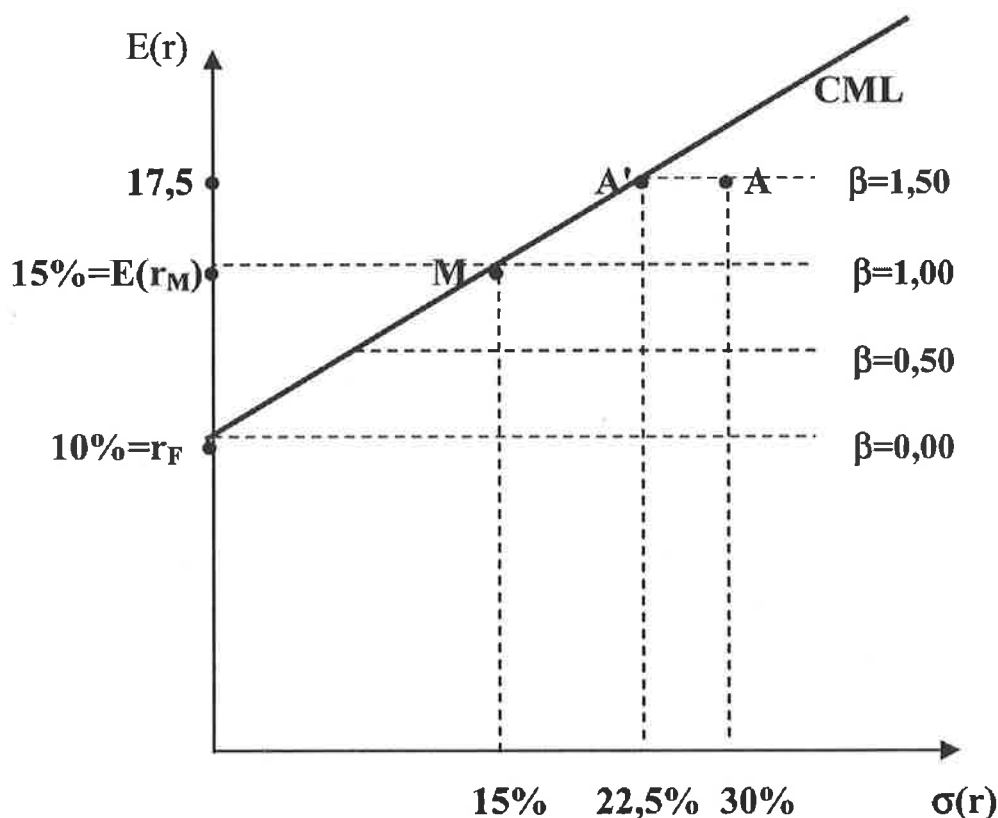
¹⁴ Према, R. Naugem, наведено дјело, стр. 212

¹⁵ Исто дјело, стр. 212.

2.1.5. Позиционирање појединачних хартија од вриједности у простору очекивани принос- стандардна девијација

Према елаборираним претпоставкама стандардне форме **CAPM-а**, инвеститори бирају одговарајући ефикасни портфолио дуж **CML** улажући или позајмљујући средства по неризичној стопи и улажући у тржишни портфолио. Уколико су ефикасна портфолија свих рационалних инвеститора позиционирана дуж **CML**, појединачне хартије од вриједности ће бити позициониране десно од **CML** за износ њихове резидуалне варијансе. Уколико је било која појединачна хартија од вриједности перфектно корелирана са тржишним портфолијом (тј. има нулту резидуалну варијансу), таква хартија ће такође бити позиционирана на тржишној линији портфолија - **CML**. Посматрајмо позиционирање хартије од вриједности **A**, на следећем графикону (Графикон бр. 7), који слиједи раније претпостављене вриједности неризичне стопе и стопе приноса тржишног портфолија, уз претпостављену вриједност његовог ризика од 15% ($\sigma_{r_M}=15\%$)¹⁶.

Графикон 7: Позиционирање појединачне хартије од вриједности у простору очекивани принос-стандардна девијација



Хартија од вриједности означена тачком **A**, на основу графикона бр. 5 има следеће параметре: $E(r_A)=17,5\%$; $\beta_A=1,50$; $\sigma(r_A)=30\%$, односно $\sigma^2(r_A)=0,09$. Ако према једноиндексном моделу укупну варијансу стопе приноса ове хартије разложимо на систематску компоненту (први сабирак у наредној формули) и несистематску компоненту, тј. резидуалну варијансу (други сабирак у наредној формули):

$$\sigma^2(r_A) = [\beta_A^2 \times \sigma^2(r_M)] + \sigma^2(\varepsilon_A) \quad (2.16.)$$

¹⁶ Исто дјело, стр. 213

и ријешимо овај аналитички израз по резидуалној варијанси, добићемо да је резидуална варијанса:

$$\sigma^2(\epsilon_A) = 0,0394$$

Уколико фактор бета, као мјера систематског ризика остане непромијењен, а смањимо резидуалну варијансу хартије од вриједности A , укупна варијанса као мјера укупног ризика ће се логично смањити, уз непромијењену очекивану стопу приноса. Смањивањем резидуалне варијансе хартије A њена позиција из тачке A на графикону бр. 7 ће се приближавати тржишној линији портфолија (**CML**) све док се не позиционира на ту линију, односно постане тачка A' . У тачки A' анализирана хартија од вриједности има нулту резидуалну варијансу и перфектну корелацију са тржишним портфолијом. На основу претходне релације (2.16.) укупна варијанса стопе приноса ове посматране хартије у тачки A' је сведена на систематски ризик и износи:

$$\sigma^2(r_A) = [1,50^2 \times 0,0225] + 0,00 = 0,0506$$

С обзиром да појединачне хартије од вриједности имају за њих карактеристичне различите факторе бета, постоји читава фамилија хоризонталних изобета линија, при чему свака од њих одговара одређеној вриједности бета фактора, као што је илустровано на графикону бр. 7. Било која појединачна хартија од вриједности ће се, дакле, позиционирати десно од **CML**, дуж одговарајуће изобета линије, зависно од њене резидуалне варијансе, а на саму **CML**, једино ако је перфектно позитивно корелирана са тржишним портфолијом.

Позиционирање појединачне хартије од вриједности у простору очекивани принос-стандардна девијација се може извршити и на основу њеног коефицијента корелације са тржишним портфолијом. Одговарајућа једначина која то илуструје се једноставно изводи, тако што се у основној једначини **CAPM**-а, или **SML** (2.10.), ознака за фактор бета замијени са њеним статистичким значењем (количник коваријансе стопе приноса дате хартије од вриједности са тржишним приносом и варијансе тржишног приноса), тј:

$$E(r_J) = r_F + [E(r_M) - r_F] \times \beta_{Jp} \text{ и } \beta_J = \frac{Cov(r_J, r_M)}{\sigma^2(r_M)}$$

На основу наведеног добијамо једначину **CAPM**-а изражену преко коваријансе:

$$E(r_J) = r_F + \frac{E(r_M) - r_F}{\sigma^2(r_M)} \times Cov(r_J, r_M) \quad (2.17.)$$

а с обзиром да је:

$$Cov(r_J, r_M) = \rho_{J,M} \times \sigma(r_J) \times \sigma(r_M)$$

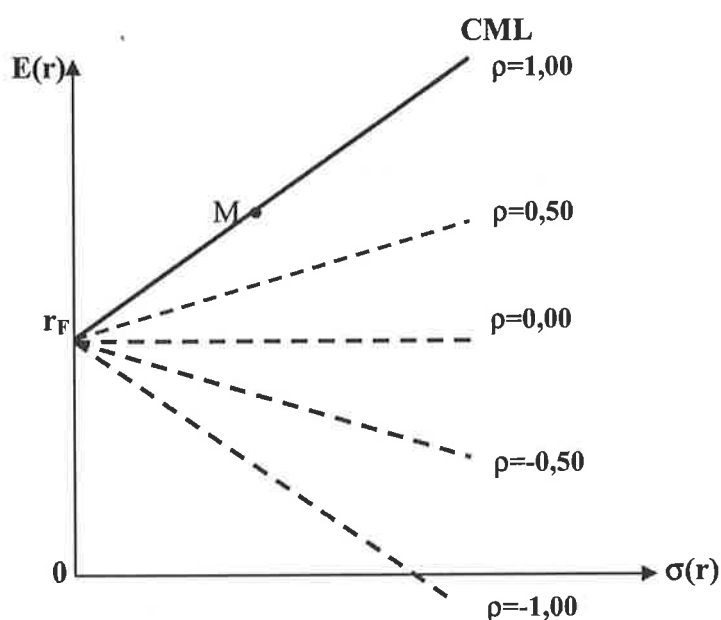
замјеном и сређивањем долазимо до израза, који представља једначину **CAPM**-а изражену преко коефицијента корелације:

$$E(r_J) = r_F + \left[\frac{E(r_M) - r_F}{\sigma(r_M)} \times \rho_{J,M} \right] \times \sigma(r_J) \quad (2.18.)$$

Претходна једначина показује однос између очекиване стопе приноса појединачне хартије од вриједности и њеног ризика мјереног стандардном девијацијом, за све хартије од вриједности које имају идентичну вриједност коефицијента корелације у односу на тржишни портфолио. И ова једначина указује на линеарни однос између очекиваног приноса и ризика појединачне хартије од вриједности у простору дефинисаном овим варијаблама, при чему је одсјечак на ординати поново у вриједности неризичне стопе приноса (r_F), а нагиб или коефицијент правца је једнак изразу у загради једначине (2.18.). Ова једначина омогућава конструисање фамилије правих, са поменутим јединичним одсјечком на ординати, и различитим нагибима, зависно од степена корелираности са тржишним портфолијом. Да би се конструисала било која појединачна права из ове фамилије потребно је фиксирати коефицијент корелације за сваку од

њих. Уколико је вриједност коефицијента корелације посматране хартије од вриједности са тржишним портфолијом једнак јединици ($\rho_{J,M}=1$), добија се права која се практично поклапа са тржишном линијом портфолија, јер је у том случају претходна једначина идентична једначини **САРМ** односно **CML**. Ако је вриједност коефицијента корелације мања од један, а већа од нуле, одговарајуће праве ће имати позитиван нагиб, али мањи од нагиба **CML**. Нулта вриједност коефицијента корелације одређује праву паралелну са апсцисом, а негативне вриједности коефицијента корелације, негативно нагнуте праве. Графичку илустрацију могуће фамилије правих које показују позиционирање појединачних хартија од вриједности у простору очекивани принос-стандардна девијација у зависности од коефицијента корелације са тржишним портфолијом пружа сљедећи графикон¹⁷.

Графикон 8: Позиционирање хартија од вриједности зависно од коефицијента корелације са тржишним портфолијом



Претходна анализа показује да ако је коефицијент корелације неке појединачне хартије од вриједности у односу на тржишни портфолио негативан, да је њена очекивана стопа приноса нижа од неризичне стопе приноса, а може чак бити и негативна. У том контексту се поставља питање: *Да ли би и зашто рационални инвеститор улагао у ризичне хартије од вриједности које носе стопе приноса испод приноса неризичних државних обвезница, или чак и негативне?*

Наравно, уколико би инвеститор улагао у појединачну хартију од вриједности, његова одлука би базирала на критеријуму очекивани принос-ризик и такве појединачне хартије од вриједности не би биле инвестициони избор. Међутим, трагање за хартијама од вриједности које су негативно корелиране са другим хартијама од вриједности или тржишним портфолијом, доприноси смањењу ризика портфолија у цјелини, што је једна од централних “порука” **САРМ-а**¹⁸. То значи да у портфолио контексту, приликом процјене ризика и вредновања хартија од вриједности, инвеститори, поред њихових индивидуалних карактеристика (очекивани принос и ризик, мјерен варијансом), разматрају и корелативну зависност између стопа приноса различитих хартија од вриједности.

¹⁷ Према, R. Науген, наведено дјело, стр. 216.

¹⁸ Видјети шире Markowitz-ев модел ефикасног сета. Поред тога, иста логика оправдава куповину полиса осигурања аутомобила, чија је очекивана стопа приноса -50%, али је власници аутомобила купују јер је негативно корелирана са вриједношћу аутомобила.

Инвестирање у хартије од вриједности подразумева континуирано преиспитивање њихових вриједности и очекиваних стопа приноса за дати ниво ризика. При томе је, однос између тржишне цијене и стопе приноса инверзан. Уколико су хартије на тржишту капитала адекватно вредноване, њихова тржишна цијена, али и очекивана стопа приноса су у равнотежи, и обрнуто, услед чега су изложене тржишним притисцима (које смо већ објаснили у првом дијелу) који их “враћају” у стање равнотеже.

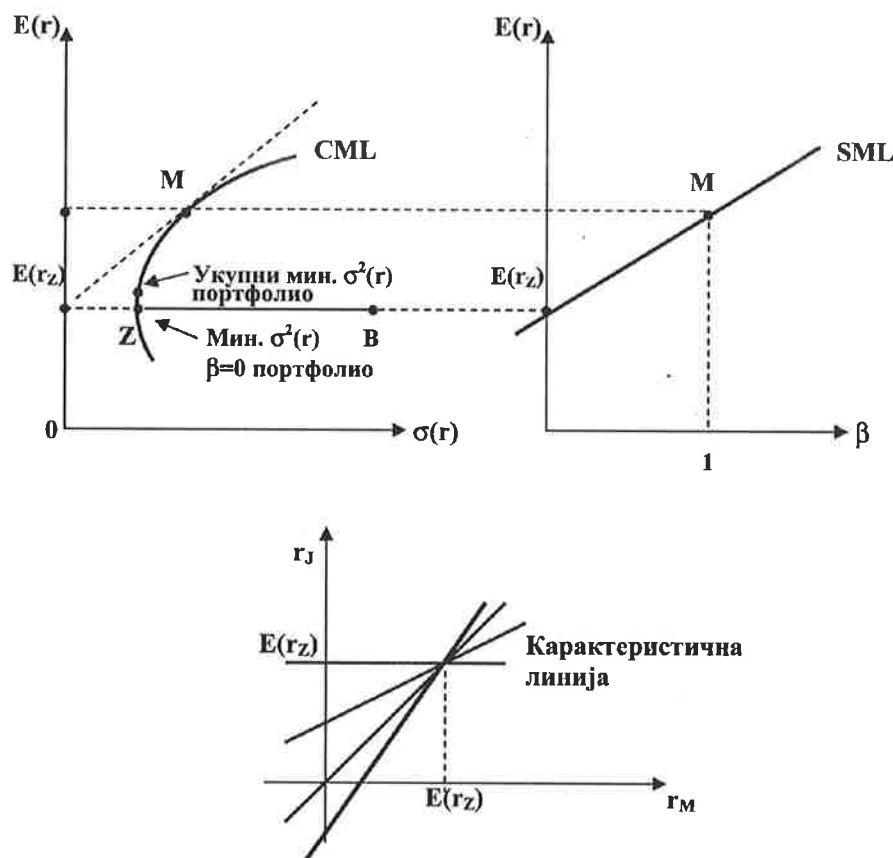
2.1.6. Утицај неризичног узимања и давања позајмица на CAPM

Елаборирана стандардна форма CAPM-а базира на претпоставци неограниченог инвестирања и задуживања по неризичној каматној стопи, као и дозвољеној краткој продаји. Кратка продаја нема никаквог утицаја на CAPM, а уведена је у извођење стандардне форме овог модела ради поједностављења математичког поступка извођења. То значи да би се се исти резултат, тј. математички облик једначине CAPM-а, добио и да се претпоставка о краткој продаји одбаци. Доказ је једноставан: са аспекта CAPM-а сви инвеститори својим активностима утичу на то да тржишни портфолио буде у равнотежи, а како у условима равнотеже не постоји интерес за кратку продају било које хартије од вриједности, забраном кратке продаје неће се нарушити равнотежа¹⁹. У наставку ћемо анализирати утицај претпоставке о инвестирању и кредитирању или задуживању по неризичној стопи на CAPM, уз непромијењене остале претпоставке.

2.1.6.1. CAPM у условима када неризична хартија од вриједности није расположива

Карактеристике CAPM-а у условима када није расположива неризична хартија од вриједности, тј. нити улагање, нити позајмљивање средстава по неризичној стопи (а то значи куповина и продаја државних обвезница), ћемо анализирати на основу сљедећег графичког приказа²⁰:

Графикон 9: CAPM у условима када није расположива неризична хартија од вриједности



¹⁹ Поповић С, *Портфолио анализа*, Подгорица, 2000, стр. 190.

²⁰ Према, R. Naugel, наведено дјело стр. 220.

Лијеви горњи графикон приказује уобичајени ефикасни сет ризичних актива или хартија од вриједности. Будући да се рационални инвеститори понашају у складу са пропозицијама *Markovitz*-евог модела (бирају своја портфолија на бази односа очекивани принос-варијанса или стандардна девијација), њихова портфолија ће се позиционирати дуж ефикасног сета (у овом случају тржишна линија портфолија или ефикасни сет је крива линија) од минимум варијансног портфолија (МВП) ка растућим стопама приноса и одговарајућег ризика, зависно од њиховог става према ризику. При томе је ефикасни сет горњи дио минимум варијансног сета од тачке МВП навише.

На основу прве (I) карактеристике минимум варијансног сета²¹, комбиновањем два или више портфолија која се налазе на минимум варијансном сету, добија се портфолио који је такође позициониран на минимум варијансном сету (директна посљедица чињенице да је тзв. критични пут²² права линија). С обзиром да је тржишни портфолио агрегатни портфолио свих ефикасних портфолија које формирају сви рационални инвеститори (јер се понашају према пропозицијама *Markovitz*-евог модела), он је такође ефикасан. Ефикасност тржишног портфолија је у основи **CAPM-а**, односно покушаја да се на бази њега предвиди очекивани принос (и цијена) појединачних хартија од вриједности или портфолија.

Друга (II) карактеристика минимум варијансног сета је још важнија за **CAPM**. Она указује да је однос између бета фактора (процијењеног на основу одговарајућег тржишног индекса, као апроксимације тржишног портфолија) и очекиване стопе приноса било које појединачне хартије од вриједности линеаран (као што показује десни горњи графикон на графикону бр. 9 - **SML**). **SML** приказана на овом графикону има позитиван нагиб и одсјечак на ординати, који одређује очекивани принос, означен тачком $E(r_z)$ (стопа приноса портфолија са нултом бетом). То је у ствари исти очекивани ниво стопе приноса који на лијевом графикону Графикана бр. 9, као одсјечак на његовој ординати, одређује тангента на ефикасни сет у тачки тржишног портфолија (**M**). Све инвестиционе комбинације које леже унутар скупа инвестиционих могућности, а распоређују се дуж линије која означава стопу приноса $E(r_z)$ на интервалу **ZB** нису перфектно корелиране са тржишним портфолијом. Портфолио са најнижом варијансом на графикону бр. 9 је портфолио **Z**, а назива се минимум варијансни портфолио са нултом бетом.

Према томе, у овој варијанти **CAPM-а**, тј. без расположивости ризичне активе, **SML** пресијеца ординатну осу, на којој се приказује очекивани принос, у тачки која одговара очекиваној стопи приноса минимум варијансног портфолија са нултом бетом - $E(r_z)$ (за разлику од стандардне форме **CAPM-а**, код које је одсјечак **SML** на ординати у висини неризичне стопе приноса - r_f).

На основу линеарности односа очекивани принос-бета фактор, све карактеристичне линије се морају сјести у заједничкој тачки, чије су координате за ову варијанту **CAPM-а**, $[E(r_z), E(r_z)]$, као што показује доњи графикон на графикону бр. 9.

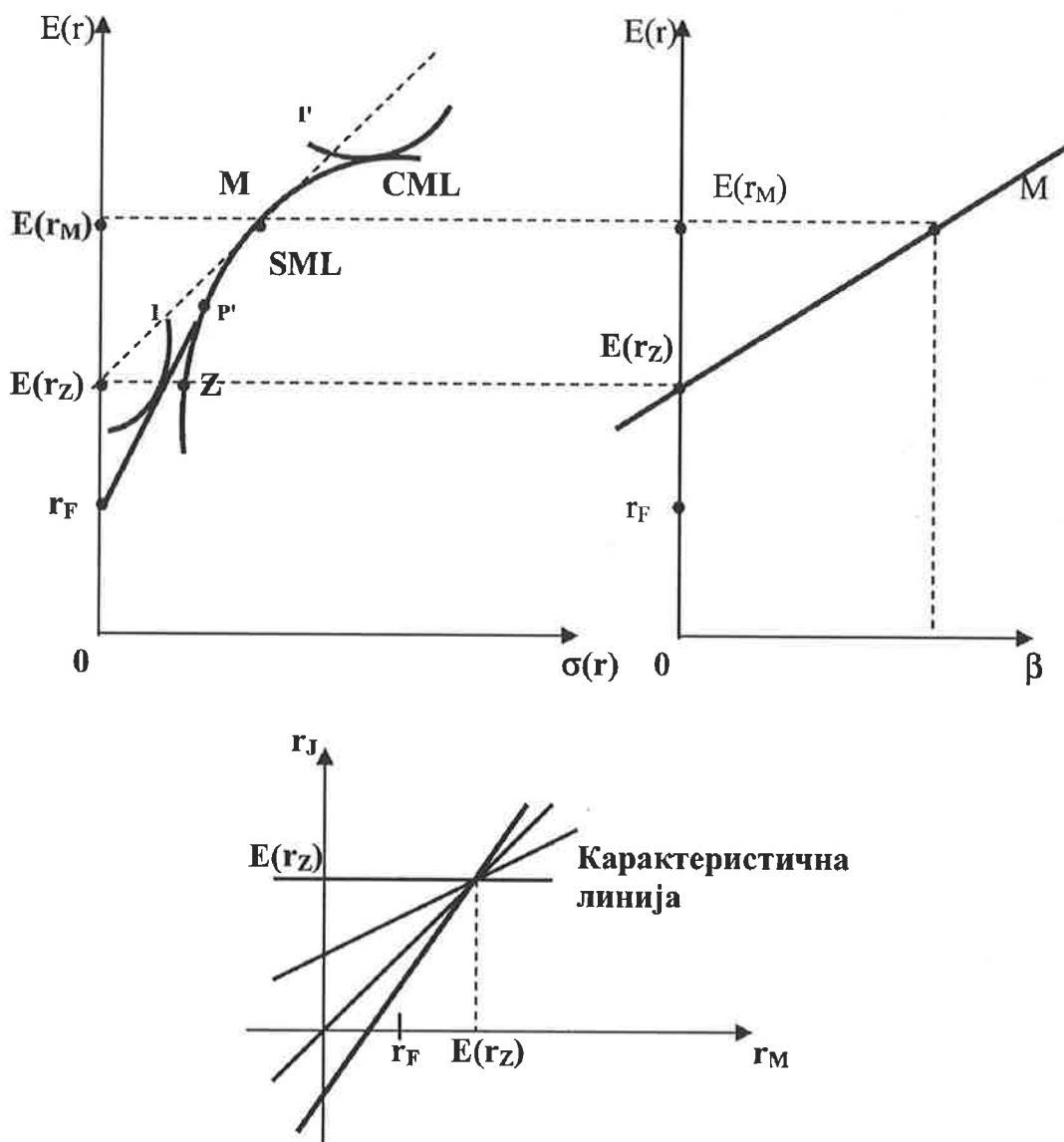
²¹ Видјети шире у Naugen R., наведено дјело, стр. 95. - 97.

²² Критични пут чине тачке тангентности линија изоочекиваног приноса и кривих изо варијанси, а представља пондере портфолија која припадају минимум варијансном сету. Координате тачака на критичном путу се израчунавају на бази Лангражеових мултипликатора. Критични пут представљен у простору чије координатне осе чине портфолио пондери је еквивалентан минимум варијансном сету у простору очекивани принос-варијанса или стандардна девијација.

2.1.6.2. CAPM у условима када је могуће улагање, али не и продаја неризичне хартије од вриједности

Ова форма CAPM-а²³ полази од претпоставке да инвеститори могу продавати на кратко ризичне, али не и неризичне хартије од вриједности (државне обвезнице). Портфолио инвеститори, према претпоставкама ове форме CAPM-а, могу улагати у неризичне државне обвезнице, али их не могу продавати на кратко, тј. задуживати се по неризичној стопи (што одговара условима који владају у реалном свијету портфолио инвестирања). Карактеристике ове форме CAPM-а ћемо анализирати на основу сљедећег графичког приказа²⁴.

Графикон 10: CAPM у условима када је могуће улагање а не и задуживање по r_F



Посматрајмо прво минимум варијанси портфолио ризичних актива на кривој $ZP'M$ приказан на лијевом графикону графика бр. 10. Инвеститори чија крива индиференције изгледа попут

²³ Ову форму CAPM-а су, независно један од другог, извели Black F, "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing," *Journal of Business* (July 1972) и Vasicek O, "Capital Asset Pricing Model with No Riskless Borrowing," unpublished manuscript, Wells Fargo Bank, (March 1971).

²⁴ Према, R. Naugen, наведено дјело стр. 221.

оне означене са **I**, могу имати интерес да структурирају свој портфолио као микс неризичне активе (државне обвезнице која носи стопу приноса r_F) и портфолија ризичних актива са максималном вриједношћу односа:

$$\frac{E(r_p) - r_F}{\sigma(r_p)}$$

Такав портфолио би се позиционирао у тачку **P'** на лијевом графикону Графикана бр. 10. Према томе, у условима када је могуће улагање у неризичне државне обвезнице, конзервативни инвеститори (са већом аверзијом према ризику) би расположиви капитал за инвестирање расподјељивали између државне обвезнице и портфолија ризичних актива означеног са **P'**, а ефикасни сет (**CML**) би чинила права линија на интервалу (r_F, P') и даље дуж сегмента ефикасног сета ризичних актива од тачке **P'**, преко тачке **M**, навише ка растућим стопама приноса.

Посматрајмо сада портфолија ризичних актива која се позиционирају дуж ефикасног сета од тачке **P'** навише. Инвеститори са највећом аверзијом према ризику би формирали портфолио позициониран у тачки **P'**. Инвеститори склонији преузимању ризика, које у ситуацији коју анализирамо репрезентује крива индиференције попут оне означене са **I'**, би бирали портфолија са ефикасног сета изнад тачке **P'**, тј она портфолија која су још увијек ефикасна, али која уз већи ризик носе и већу очекивану стопу приноса. Логично оваква портфолија су структурирана само од ризичних хартија од вриједности. Комбиновањем свих таквих ризичних ефикасних портфолија настаје тржишни портфолио, који је према поменутој првој (**I**) карактеристици минимум варијасног сета и даље ефикасан. С обзиром да су портфолија инвеститора који улажу у ризичне активе позиционирани изнад тачке **P'**, тржишни портфолио ће такође бити позициониран на поменутом ефикасном сету изнад тачке **P'** и налазиће се у тачки **M**. Вриједи поново исти закључак повезан са другом (**II**) карактеристиком минимум варијансног сета, да је однос између фактора бета и очекиване стопе приноса линеаран. То је на десном графикону графикана бр. 10 приказано позитивно нагнутом **SML**. Њен одсјечак на ординати (оси очекиваног приноса) је, као и у претходном случају (потпуног одсуства неризичне активе) у висини стопе приноса минимум варијансног портфолија са нултом бетом тј. $E(r_Z)$. Исти графикон показује да је то већа стопа приноса у односу на неризичну каматну стопу на државне обвезнице, јер је тржишни портфолио позициониран изнад портфолија означеног тачком **P'**.

Карактеристичне линије и њихова тачка пресјека, приказане на доњем графикону графикана бр. 10, су позициониране као и у случају претходно анализираних форме **CAPM**-а у условима потпуног одсуства неризичне активе.

SML приказана на графикону бр. 10 показује да је портфолио са нултом бетом супериоран у односу на неризичну државну обвезницу, јер уз исти ризик обезбјеђује већу очекивану стопу приноса. При томе, наравно, треба имати у виду да портфолио са нултом бетом нема систематског ризика, али да има резидуалну варијансу и позитивну стандардну девијацију. Лијеви графикон на графикону бр. 10 показује да је тај портфолио означен тачком **Z**, позиционираном на минимум варијансном сету, тако да из угла ефикасног сета уз могућност инвестирања у неризичну активу, није супериоран у односу на државне обвезнице као неризичну активу²⁵.

²⁵ На дијелу ефикасног сета у интервалу (r_F, P') постоји портфолио који за исти ниво укупног ризика, мјереног стандардном девијацијом стопе приноса, обезбјеђује стопу приноса изнад оне коју нуди портфолио **Z**.

2.2. Реалније варијанте CAPM-а

Претходно елаборирана стандардна форма CAPM-а базира на доста рестриктивним претпоставкама, чије смо варирање, у смислу расположивости неризичне активе, истина у одређеној мјери већ анализирали. Као и у случају било ког другог економског и финансијског модела, претпоставке CAPM-а су такве да га удаљавају од реалних услова у којима би он требало да се примјењује (за предвиђање стопе приноса хартија од вриједности и/или портфолија). Стога су у оквиру финансијске теорије која изучава проблематику равнотеже на тржишту капитала развијене и тзв. *нестандардне форме CAPM-а*, које у основи базирају на увођењу реалнијих претпоставки у извођење овог модела. Тиме се жељела обезбиједити већа реалистичност CAPM-а, односно јасније сагледати понашање инвеститора и тржишта у цјелини. Таква истраживања су истовремено довела и до формулисања и тестирања алтернативних приступа анализи равнотеже приноса и цијена на тржишту капитала (прије свега до развоја, алтернативне тзв. *Арбитражне теорије цијена* - енгл. *Arbitrage pricing theory* - APT -).

Наиме емпиријска истраживања и покушаји тестирања CAPM-а (о којима ће бити више ријечи у наставку) показују да механизам успостављања равнотеже приноса и цијена на тржишту капитала у пракси не функционише у потпуности онако како га постулира CAPM. Основни разлог за то је што се на реалном тржишту капитала испољавају одређене тржишне имперфектности као посљедица чињенице да рестриктивне претпоставке перфектног тржишта капитала (на којима се заснива извођење стандардне форме CAPM-а) у пракси једноставно не постоје. То се, прије свега, односи на постојање, а не одсуство трансакционих трошкова, постојање и разлике у пореским стопама, разлике у каматним стопама на узимање и давање у зајам неризичне активе, различитост очекивања инвеститора, постојање и других фактора који утичу на систематски ризик и сл. Стога ћемо у наставку укратко указати на утицај неких од ових детерминанти на CAPM.

2.2.1. Утицај инфлације на CAPM

Претходна анализа је показала да нагиб SML - као графичке интерпретације CAPM-а у простору очекивани принос-фактор бета, зависи од става инвеститора према ризику. Што је аверзија према ризику већа, нагиб SML ће бити већи, јер је већа премија за ризик за сваку појединачну хартију од вриједности и стога и већа захтијевана стопа приноса, и обрнуто.

Увођењем инфлације, односно промјена у инфлаторним очекивањима инвеститора на тржишту капитала, у CAPM, SML неће промијенити нагиб, али ће се транслаторно односно паралелно помјерити навише из једноставног разлога што ће се одговарајућа инфлациона премија "уградити" у неризичну стопу приноса (и наравно све друге стопе приноса и каматне стопе). Стога ће основна једначина CAPM-а постати:

$$E(r_J) = r_F^* + i + \beta_J [E(r_M^*) - r_F^*] \quad (2.19.)$$

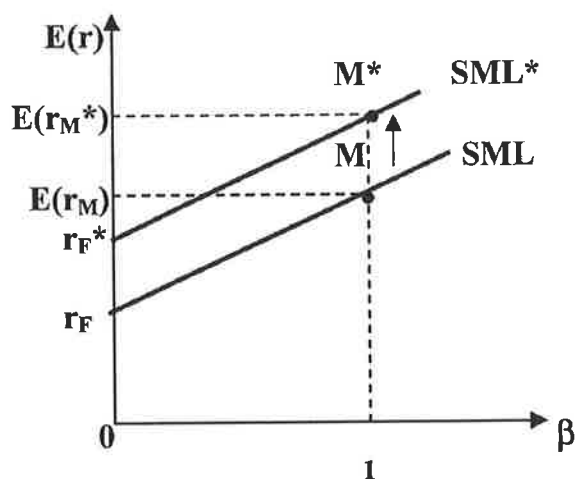
гдје је:

i -инфлациона премија

* - ознака за реалне вриједности одговарајућих стопа приноса.

Графички приказ утицаја инфлације на **CAPM** пружа следећи графикон²⁶.

Графикон 11: Утицај инфлације на **CAPM**

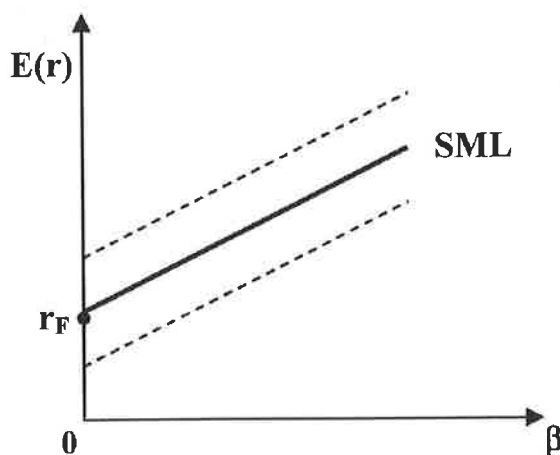


2.2.2. Утицај трансакционих трошкова на **CAPM**

Одговарајући трансакциони трошкови који се односе на брокерске провизије, истраживање тржишта, чување хартија ид вриједности и др. су неизбјежни приликом стварних трансакција на тржишту капитала. Постојање, односно потреба покривања трансакционих трошкова, на основама универзалног *cost-benefit* приступа, обесхрабрује инвеститоре да улазе у купо-продајне трансакције при мањим одступањима стопе приноса појединих хартија од вриједности у односу на равнотежни ниво према **CAPM**-у.

Напуштање претпоставке о непостојању, односно увођење трансакционих трошкова у стандардну форму **CAPM**-а, има за последицу да **SML**, као графички израз **CAPM**-а “добива траке” са обје своје стране. Тих неколико процената одступања изнад и испод **SML**-а указују на “зону” у којој се не исплати улажење у трансакције купопродаје потцијењених и прецијењених хартија од вриједности јер би трансакциони трошкови неутралисали ефекте односно добит која би се при томе могла остварити. Илустрацију утицаја трансакционих трошкова на **CAPM** пружа следећи графикон²⁷.

Графикон 12: Утицај трансакционих трошкова на **CAPM**



²⁶ Прилагођено према Шошкић Д, наведено дјело, стр. 190.

²⁷ Исто, стр. 195.

2.2.3. Утицај пореза на *SAPM*

За разлику од претпоставки стандардне форме *SAPM*-а, реални услови на тржишту капитала по правилу подразумевају различит порески третман капиталних добитака и дивиденди. Већина националних пореских законодавстава, а она се у последње вријеме као резултат глобализације и интернационализације све више хармонизују, капиталне добитке опорезују по нижој пореској стопи у односу на приход по основу наплаћених дивиденди. С обзиром да инвеститори доносе своје одлуке на основу очекиваног приноса након опорезивања, потребно је разложити укупну стопу приноса на дио који детерминише дивиденда и дио који детерминише капитални добитак, те на основу тога инкорпорирати различите пореске стопе приликом утврђивања стопе приноса послје опорезивања. Поред тога, пореско законодавство, по правилу утврђује одговарајуће пореске разреде или класе и на основу тога одређује пореске стопе. Последица “увођења” пореза у *SAPM* у наведеном смислу је модификација овог модела, односно онемогућавање успостављања тржишне равнотеже. Разлог је једноставан, јер појединачни инвеститори полазећи од “своје” стопе приноса након опорезивања, различито виде и оцјењују (не)равнотежни ниво стопе приноса (дио њих постојеће стање доживљава као равнотежно, а дио као неравнотежно, те изостаје једнозначна или јединствена реакција односно тржишни притисак који би требало да успостави равнотежу на тржишту капитала). Стога *SAPM* постаје недовољно прецизан и нејединствен, односно *SML* се поново (као и у претходном случају увођења инфлације у *SAPM*) “претвара у траку” унутар које изостаје купопродаја потцијењених и прецијењених хартија од вриједности, као средство уравнотежења приноса (и цијена) за дати ниво ризика.

Поред тога, различит порески третман дивидендног приноса се у *SAPM* може укључити као додатна објашњавајућа варијабли. У том случају би се модификовала основна једначина приноса према *SAPM*-у и имала би следећу формулу²⁸:

$$E(r_J) = r_F + \beta_J \{ [E(r_M) - r_F] - \tau(\delta_M - r_F) \} + \tau(\delta_J - r_F) \quad (2.20.)$$

гдје је:

δ_M - дивидендни принос на тржишни портфолио,

δ_J - дивидендни принос на *J*-ту хартију од вриједности

τ - порески фактор којим се мјере релевантне пореске стопе на капиталне добитке.

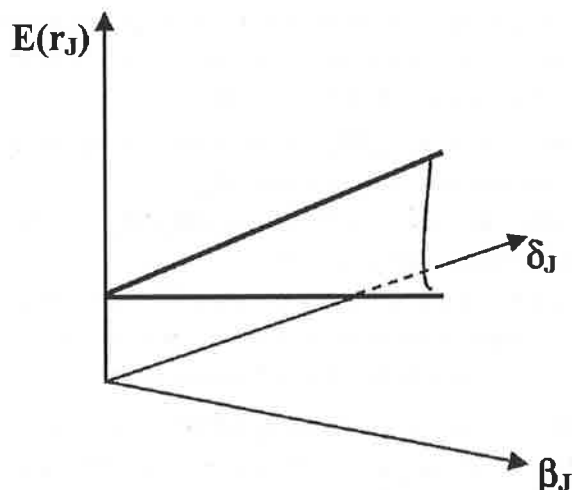
Претходна једначина показује да је, поред фактора бета, очекивана стопа приноса било које хартије од вриједности растућа функција дивидендног приноса. Према томе, ако се већи дио стопе приноса остварује у форми дивиденди, инвеститори трпе већа пореска оптерећења, па им је потребан већи принос прије опорезивања, да би остварили исти принос након опорезивања као инвеститори који мањи дио приноса остварују по основу дивиденди.

Увођењем различитог пореског третмана дивиденди, односно дивидендног приноса као друге варијабле у *SAPM*, мијења се његова форма и суштина. Равнотежно стање није више права (*SML*), јер је из дводимензионалног простора (очекивани принос- фактор бета) потребно прећи у тродимензионални простор (у коме је нова координантна оса приказује дивидендни принос посматране хартије од вриједности - δ_J). У оваквим условима равнотежно рјешење постаје раван, постављена тако да за било коју вриједност β коефицијента очекивани принос расте са порастом дивидендног приноса, или, за било коју вриједност дивидендног приноса очекивани принос расте у складу са растом β коефицијента. Овако модификовани *SAPM* боље апроксимира стопе приноса на хартије од вриједности у односу на његову стандардну форму која апстрахује, односно игнорише разлике у пореском третману дивиденди и капиталних

²⁸ Прилагођено према, Поповић С, наведено дјело, стр. 197.

добитака као компоненти укупне стопе приноса. Наведено равнотежно стање илуструје сљедећи графикон²⁹.

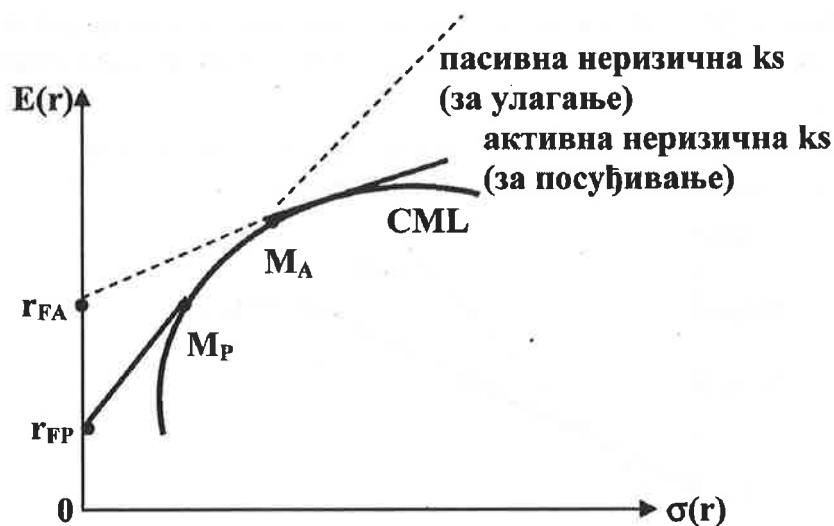
Графикон 13: Утицај ефекта опопрезивања приноса на равнотежно стање **CAPM**-а



2.2.4. Утицај каматних стопа на *CAPM*

Изворна претпоставка **CAPM**-а да је неризична актива расположива по јединственој каматној стопи (r_F) у реалним условима тржишта капитала не постоји. Наиме, улагање у неризичну активу се врши по нижој или пасивној (r_{FP}), а позајмљивање неризичне активе по вишој или активној каматној стопи (r_{FA}). Увођење ове претпоставке, односно инвестиционе реалности, доводи до модификације **CAPM**-а, приказане на сљедећем графикону.³⁰

Графикон 14: CML у условима различитих каматних стопа на улагање и посуђивање неризичне активе



²⁹ Према Поповић С, наведено дјело, стр. 198.

³⁰ Прилагођено према Шошкић Д, наведено дјело, стр. 197.

Као што претходни графикон илуструје, у условима постојања различитог нивоа неризичне каматне стопе по којој инвеститори могу улагати (r_{FP}) и по којој могу позајмљивати средства (r_{FA}) долази до модификације ефикасног сета у односу на стандардну форму CAPM-а. Наведене двије неризичне каматне стопе омогућавају повлачење двије праве тангенте на ефикасни сет ризичних актива, али у двије засебне тачке, M_P и M_A . Међутим, то не значи да у том случају постоје два ефикасна сета, представљена са двије CML. Ефикасни сет ће поново бити једнозначно одређен, али га у цјелости неће чинити ни права повучена из r_{FP} , ни права повучена из r_{FA} . Наиме, у овом случају се дијелови и једне и друге праве елиминишу, те ће ефикасни сет или тржишну линију капитала - CML - чинити:

- права повучена из r_{FP} на интервалу (r_{FP}, M_P), када инвеститори улажу истовремено у тржишни портфолио и неризичну активу по стопи r_{FP} ,
- лук ефикасног сета ризичних актива у интервалу (M_P, M_A), када инвеститори нити улажу, нити продају на кратко неризичну активу,
- права повучена из r_{FA} , али само на интервалу од тачке M_P навише (тј. ка растућим стопама приноса), када инвеститори позајмљују (продају на кратко) неризичну активу и тако добијена средства улажу у портфолио ризичних актива.

Елаборирана модификација CML утиче и на сам CAPM, односно његов аналитичко-графички израз - SML. За анализиране двије различите неризичне стопе се практично изводе два различита модела CAPM, а који од њих ће се примијенити зависи од очекиване стопе приноса.

Уколико је очекивана стопа приноса појединачне хартије од вриједности мања од очекиване стопе приноса портфолија M_P , тј. $E(r_J) < E(r_{FP})$, примијениће се сљедећи модел CAPM-а:

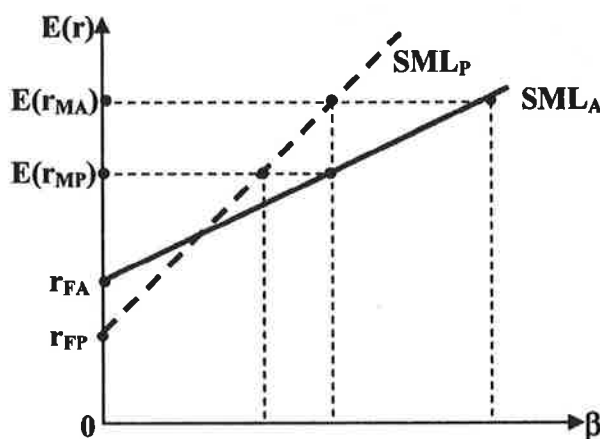
$$E(r_J) = r_{FP} + \beta_{JP} \times [E(r_{MP}) - r_{FP}] \quad (2.21.)$$

Уколико је очекивана стопа приноса појединачне хартије од вриједности већа од очекиване стопе приноса портфолија M_A , тј. $E(r_J) > E(r_{FA})$, примијениће се сљедећи модел CAPM-а:

$$E(r_J) = r_{FA} + \beta_{JA} \times [E(r_{MA}) - r_{FA}] \quad (2.22.)$$

С обзиром да у овако модификованој варијанти CAPM-а неризичне стопе нису идентичне ($r_{FP} \neq r_{FA}$), постојаће двије SML у простору очекивани принос-фактор бета, као графички израз CAPM-а. Оне ће, као што показује наредни графикон³¹, имати различите нагибе (јер им је коефицијент бета различит с обзиром да је утврђен на основу различитих тангентних тржишних портфолија, M_P и M_A) и сјећи ординату, која представља вриједности очекиваног приноса, у различитим тачкама које одговарају анализираним различитим неризичним каматним стопама.

Графикон 15: CAPM/SML у условима различитих каматних стопа на улагање и позајмљивање неризичне aktive



³¹ Прилагођено према Шошкић Д, наведено дјело, стр. 198.

2.2.5. Утицај очекивања инвеститора на CAPM

Претпоставка о хомогеним очекивањима инвеститора, како у погледу будућих стопа приноса, ризицима и корелацији приноса хартија од вриједности и портфолија, тако и у погледу истог временског или инвестиционог хоризонта, се не потврђују у реалном функционисању тржишта капитала.

Таква реалност у погледу очекивања инвеститора доводи до тога да њихови ефикасни сетови, као и **CML** и **SML** нису једнозначно одређене, него их чини низ нејасних и неподударних линија. Према томе, релевантне линије (криве или права) се претварају у “траке”, а умјесто једнозначног одређења очекиваних приноса, **CAPM** максимално може понудити одређене границе или распоне. Крајњи резултат оваквих и сличних тржишних несавршности се одражава на могућност примјене **CAPM**-а. Ако пођемо од претпоставке да су израз **CAPM**-а одговарајуће линије (**CML** и **SML**), посматране активе се неће позиционирати тачно на те линије, а ако прихватимо реалност да су у питању “траке”, а не линије, **CAPM** постаје реалнији, али нам не омогућава да прецизно одредимо равнотежне цијене актива, него практично само условни распоред вјероватноће могућих приноса или цијена. При томе ће поменуте неподударности бити веће што су разлике у очекивањима инвеститора веће.

У контексту претпоставке стандардног **CAPM**-а да сви инвеститори имају заједнички и исти временски инвестициони хоризонт, такође је неопходно њено реално просуђивање, јер инвеститори по правилу разматрају више сукцесивних периода инвестирања. То значи да би се портфолио инвестирање сваког инвеститора требало посматрати кроз тзв. *мултипериодни временски или инвестициони хоризонт*. Дакле, изабрани портфолио у једном временском периоду је само један у низу портфолија које инвеститор бира, односно у које улаже током дужег инвестиционог периода, при чему се циљ оптимизирања портфолија не мијења. Тиме се практично долази до *мултипериодног CAPM*-а. Досадашња истраживања мултипериодног **CAPM**-а су била усмјерена на: (1) анализу услова који су неопходни да би се стандардни **CAPM** могао примијенити за објашњење равнотеже на тржишту капитала у дужем временском или инвестиционом периоду, који чини низ сукцесивних временских интервала током којих се портфолио стварно реструктурира и (2) развој одговарајућих форми мултипериодног **CAPM**-а³².

2.2.6. Мултифакторски CAPM

Стандардна форма **CAPM**-а, поред наведених и елаборираних, полази и од претпоставке да су инвеститори заинтересовани једино за ризик промјене цијена хартија од вриједности које су укључене, или су “кандидати” за укључивање у њихов портфолио. Међутим, иако су рационални инвеститори на тржишту капитала који испољавају аверзију према ризику, неспорно заинтересовани за ризик промјене цијена хартија од вриједности, приликом доношења својих одлука сасвим сигурно разматрају и друге појавне облике ризика који детерминишу укупни или систематски ризик који је релевантан у контексту портфолио инвестирања. Фактори или компоненте ризика које утичу на систематски ризик било које хартије од вриједности су³³:

- ☐ каматни ризик,
- ☐ ризик куповне снаге,
- ☐ тржишни ризик,
- ☐ управљачки ризик,
- ☐ ризик неизвршења обавезе,
- ☐ ризик утрживости,
- ☐ ризик опозива,
- ☐ ризик конветибилности и сл.

³² Видјети шире у Поповић С, наведено дјело, стр. 200. -203.

³³ Према, Шошкић Д, наведено дјело, стр. 194.

Полазећи од чињенице да је ризик промјене цијена хартија од вриједности само један од ризика за које су инвеститори заинтересовани, CAPM треба додатно модификовати у смислу увођења поменутих додатних извора ризика или тзв. фактора. На тај начин се долази до мултифакторског CAPM-а, чија је једначина³⁴:

$$E(r_p) = r_F + \beta_{PF1} \times [E(r_M) - r_F] + \beta_{PF2} \times F_2 + \beta_{PF3} \times F_3 + \dots + \beta_{PFn} \times F_n \quad (2.23.)$$

или у облику ризико премије:

$$E(r_p) = \beta_{p1} \times E(r_M) + \beta_{PF1} \times E(r_{F1}) + \beta_{PF2} \times E(r_{F2}) + \dots + \beta_{PFn} \times E(r_{Fn}) \quad (2.24.)$$

гдје су:

n - број фактора у моделу,

F_{nt} - фактор n у времену t .

β_{pFn} - осјетљивост или релативни ризик портфолија у односу на n -ти фактор,

$E(r_{Fn})$ - очекивана ризико премија фактора n .

Према томе, инвеститори очекују стопу приноса која ће им компензовати и остале ризике које су преузели, а које синтетизује дио десне стране претходне једначине (2.23.), изузев првог сабирка (који представља ризик промјене цијене). Уколико пак не постоје додатни фактори систематског ризика, мултифакторски CAPM се своди на "једнофакторску" стандардну форму.

С обзиром да је појединачна хартија од вриједности у портфолио контексту у ствари специјални случај портфолија који чини само једна актива, мултифакторски CAPM, као и његова стандардна форма, важи и за појединачну хартију од вриједности.

Литература

1. Божић Р., Управљање портфолијом хартија од вриједности, Зборник радова – 6. симпозијум Савеза рачуновођа и ревизора РС, Бања Врућица, 2002
2. Васиљевић Б., Основи финансијског тржишта, Београд, 2002
3. Ерић Д., Финансијска тржишта и инструменти, Чигоја Штамп, Београд, 2003
4. Fabozzi F, Modigliani F, Ferri M., Foundations of Financial markets and Institutions, Prentice Hall, 1998
5. Haugen R., Modern investment Theory, Prentice Hall, 2001
6. Novels P, Bain K., Financial markets and institutions, Longman, 1990
7. Kidwel D. Peterson R., Financial institutions, markets and Money, Druden 1990
8. Поповић С., Портфолио анализа, Подгорица, 2000
9. Ћировић З., Портфолио менаџмент, Београд, 1995
10. Шошкић Д., Хартије од вриједности: Управљање портфолиом и инвестициони фондови, Београд, 2000

Summary

The work researches and analyses CAPM, as one of the models of equilibrium at the capital market. The first part of the work briefly elaborates the basic theories of capital market or theories of the

³⁴ Прилагођено према, Шошкић Д, наведено дјело, стр. 193.

market equilibrium as an integral part of the portfolio theory. The second part of the work discusses in details the standard CAPM form, but first the assumptions of the model and its derivation in conditions of those rather rigid assumptions. After that, the subject of analysis is the impact of abandoning certain basic assumptions on the model functioning and sustainability of its basic assumption on linear relations between the expected return and the systematic risk of particular security or portfolio. In this way, we actually arrive at the so-called more realistic versions or non-standard CAPM form, and also multifactor CAPM.

Keywords: CAPM, expected rate of return , beta factor, CML, SML